



माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा



(परीक्षार्थी को इस परीक्षा का नाम जानना चाहिये)

Candidate's Roll No. In English

(In Figures)

--	--	--	--	--	--	--

(In Words)

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में

नोट :- परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम - हिन्दी ☒ अंग्रेजी ☐

विषय गणित

परीक्षा का दिन 2

दिनांक 2

नोट :- परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :- (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्रश्नांक भरना अनिवार्य है, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जाएगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायाँ ओर निर्धारित कॉलम में लाल इक से अंक प्रदत्त करें।

(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसी पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदाहरणार्थ 15.14 को 16, 17.12 को 18, 19.74 को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी
(परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्रश्न अंकों का कुल योग (Round off)	
16		प्रश्नों में	शब्दों में
17			
18			

परीक्षक के हस्ताक्षर

संकेतार्थ

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तिका के निष्पत्ति में 58 बीएसएम कोषावरुण कागज से होकर निर्धारित में लिया गया है। 164/2018



परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशंसा पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न-पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न-पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
 - (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
 - (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये। परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका प्राप्त करते ही पृष्ठ संख्या की जांच कर लें यदि पृष्ठ कम/अधिक या क्रम में नहीं हैं तो वीक्षक से तुरन्त बदलवा लें।
 - (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, कैलक्युलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रॉनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध है।
 - (iv) वस्त्र, स्कूल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ भी न लिखकर लायें। टेबुल के आस-पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
 - (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना साँपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न-पत्र हिन्दी-अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित हैं। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

1

दिया है;

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 7$$

अतः

$$f(1) = (1)^2 - 5 \times 1 + 7$$

$$\Rightarrow f(1) = 1 - 5 + 7$$

$$\Rightarrow \boxed{f(1) = 3}$$

2

मान ज्ञात करना है;

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

यहाँ

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \theta \text{ (माना)}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

पुनः माना

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \phi$$

$$\Rightarrow \cos \phi = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\phi = \frac{\pi}{3} \in [0, \pi]$$

अतः

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ व } \cos^{-1}\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

तब

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}}$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

3.

दिया है ;

$$2A - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1+3 & 5+(-1) \\ 3+1 & 2+2 \\ 0+0 & 1+5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

4

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{यहाँ } |A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

शिक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$F_{11} = (-1)^{1+1} |2| = 2$$

$$F_{12} = (-1)^{1+2} |1| = -1$$

$$F_{21} = (-1)^{2+1} |4| = -4$$

$$F_{22} = (-1)^{2+2} |3| = 3$$

अतः $\text{adj } A = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}^T$

$$\Rightarrow \text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^T$$

$$\Rightarrow \text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

यहाँ $A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{|A|}$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

5

माना $I = \int_{-\infty}^{\infty} x e^x dx$

खण्डशः समाकलन करने पर

$$I = x \int e^x dx - \int \left[\frac{d(x)}{dx} \int e^x dx \right] dx$$

$$I = x e^x - \int 1 \cdot x e^x dx \quad \left\{ \because \int e^x dx = e^x \right\}$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\Rightarrow I = x e^x - e^x + C$$

जहाँ $C =$ समाकल स्थिरांक.

$$\Rightarrow I = e^x (x - 1) + C \quad \text{Ans.}$$

6 माना $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

यदि $\vec{a}$ के अनुदिश मात्रक सदिश $\hat{a}$ हो तो -

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

जहाँ $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{1 + 4 + 4}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = 3$$

अतः $\hat{a} = \frac{\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}}{3}$

 $\vec{a}$ के अनुदिश 5 इकाई³ परिमाण का सदिश

$$5\hat{a} = \frac{5}{3} (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$$

दी गई रेखा ; $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1} \quad \dots (1)$

रेखा का मानक समी.

$$\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}$$

जहाँ $a, b, c =$ दिक् अनुपात



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीवार्य उत्तर

तुलना से

$$a = 2$$

$$b = -2$$

अतः दिक् कोसाइन $c = 1$

$$l = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{2}{\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(1)^2}} = \frac{2}{3}$$

$$m = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{-2}{\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(1)^2}} = \frac{-2}{3}$$

$$n = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(1)^2}} = \frac{1}{3}$$

अतः रेखा के दिक् कोसाइन $\left\langle \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{1}{3} \right\rangle$ होंगे।

7 माना $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ व $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$

यहाँ $|\vec{b}| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

अतः सदिश $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ का $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$ पर

$$\text{प्रक्षेप} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{(\hat{i} - \hat{j}) \cdot (\hat{i} + \hat{j})}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(1)(1) + (-1)(1)}{\sqrt{2}} = \frac{1-1}{\sqrt{2}} = 0$$

अतः सदिश $\vec{a}$ को $\vec{b}$ पर प्रक्षेप 0 होगा।

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

9.

व्यवरोध; $2x + y \leq 6$ - (1)

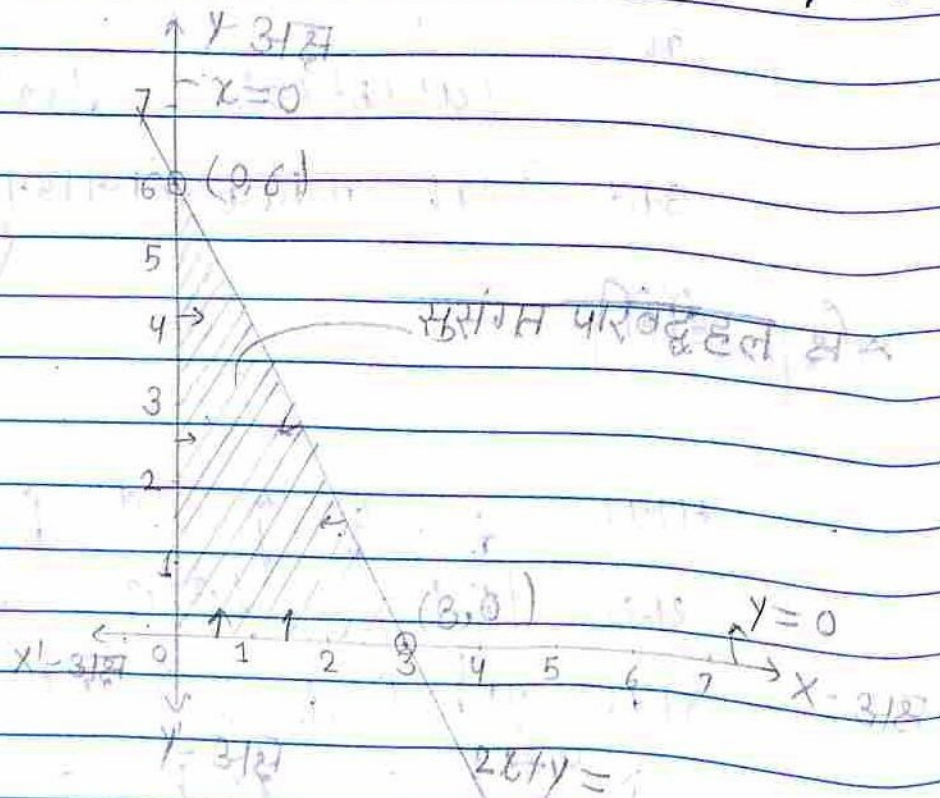
$$x \geq 0 \quad - (2)$$

$$y \geq 0 \quad - (3)$$

असमिका (1) के संगत समी.

$$2x + y = 6$$

x	0	3
y	6	0

असमिका (3) व (1) के संगत समी. $x=0$ व $y=0$ 

10.

दिया है; $P(A) = 0.2$

$$P(B) = 0.5$$

तथा A व B स्वतंत्र घटनाएँ हैं :



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\therefore P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A)$$

$$P(A \cap B) = 0.5 \times 0.2$$

$$= 0.1$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0.2 + 0.5 - 0.1$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0.7 - 0.1$$

$$\Rightarrow \boxed{P(A \cup B) = 0.6}$$

11.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - \frac{1}{(1-x)}$$

तब $g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ में निम्न प्रकार होगा.

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

$$= g(x^2 + 3)$$

$$= 1 - \frac{1}{\{1 - (x^2 + 3)\}} = 1 - \frac{1}{(1 - 3 - x^2)}$$

$$= 1 - \frac{1}{(-2 - x^2)}$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 2} = \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2}$$

अतः $(f \circ g): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ में निम्न प्रकार होगा -

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

P. T. O.

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (f \circ g)(x) &= f\left(1 - \frac{1}{1-x}\right) \\
 &= f\left(\frac{1-x-1}{1-x}\right) \\
 &= f\left(\frac{-x}{1-x}\right) = f\left(\frac{x}{x-1}\right) \\
 &= \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + 3 \\
 &= \frac{x^2 + 3(x-1)^2}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{x^2 + 3(x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{x^2 + 3x^2 - 6x + 3}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{4x^2 - 6x + 3}{(x-1)^2}
 \end{aligned}$$

अतः

$$g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2}$$

तथा

$$f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{4x^2 - 6x + 3}{(x-1)^2}$$

12

दिया है;

ज्ञात करना है;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ व } B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 - 3B$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

यहाँ $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1-4 & -2-6 \\ 2+6 & 4+9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -3 & -8 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$$

अतः $2A^2 - 3B = 2 \begin{bmatrix} -3 & -8 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -6 & -16 \\ 16 & 26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -15 & -6 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -6 - (-15) & -16 - (-6) \\ 16 - 3 & 26 - 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A^2 - 3B = \begin{bmatrix} 9 & -10 \\ 13 & 20 \end{bmatrix} \text{ Ans.}$$

13

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{1 + e^x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

फलन की परिभाषा से $f(0) = 0$ -(1)

$$f(0-0) = \lim_{h \rightarrow 0} f(0-h)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{e^{-h}}{1 + e^{-h}} \right)$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{e^{-yh}}{1 + e^{-yh}} \right)$$

$$\Rightarrow f(0-0) = \frac{0}{1+0} = 0 \quad \text{--- (2)}$$

पुनः

$$f(0+0) = \lim_{h \rightarrow 0} f(0+h)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{e^{yh}}{1 + e^{yh}} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{e^{yh}}{1 + e^{yh}} \right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{e^{yh}}{e^{yh} \left(\frac{1}{e^{yh}} + 1 \right)} \right\}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^{-yh} + 1} \right)$$

$$\Rightarrow f(0+0) = \frac{1}{0+1} = 1 \quad \text{--- (3)}$$

(1), (2) व (3) से

$$f(0) = f(0-0) \neq f(0+0)$$

अतः फलन $f(x)$, $x=0$ पर संतत नहीं है।

रीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

14

माना $I = \int \frac{dx}{\sqrt{1+x} - \sqrt{x}}$

$$= \int \left(\frac{1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}{(\sqrt{1+x})^2 - (\sqrt{x})^2} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}{1+x-x} \right) dx$$

$$= \int (\sqrt{1+x} + \sqrt{x}) dx$$

$$= \int \sqrt{1+x} dx + \int \sqrt{x} dx$$

$$= \int (1+x)^{1/2} dx + \int x^{1/2} dx$$

$$= \frac{(1+x)^{1/2+1}}{\frac{1}{2}+1} + \frac{x^{1/2+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$I = \frac{2}{3} (1+x)^{3/2} + \frac{2}{3} x^{3/2} + C$$

$$\Rightarrow I = \frac{2}{3} \{ (1+x)^{3/2} + x^{3/2} \} + C$$

15

दिए गए सदिश; $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\text{सदिश गुणनफल} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = \hat{i}(2-1) - \hat{j}(-4-3) + \hat{k}(2+3)$$

$$\Rightarrow (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = \hat{i} + 7\hat{j} + 5\hat{k}$$

अतः सदिशों का सदिश गुणनफल

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = \hat{i} + 7\hat{j} + 5\hat{k}}$$

800791 JESB

16

दी गई समी.

$$\cos^{-1} x + \cos^{-1} 2x = \frac{2\pi}{3}$$

$$\left\{ \because \cos^{-1} a + \cos^{-1} b = \cos^{-1} (ab - \sqrt{1-a^2} \sqrt{1-b^2}) \right\}$$

$$\Rightarrow \cos^{-1} (2x^2 - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-(2x)^2}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\Rightarrow 2x^2 - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2} = -\cos \frac{\pi}{3}$$

$$\left\{ \because \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \right\}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + \frac{1}{2} = \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2}$$

समी. के दोनों पक्षों में वर्ग करने पर

$$\left(2x^2 + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-4x^2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 4x^4 + \frac{1}{4} + 2 \times 2x^2 \times \frac{1}{2} = (1-x^2)(1-4x^2)$$

$$\Rightarrow 4x^4 + \frac{1}{4} + 2x^2 = 1 - x^2 - 4x^2 + 4x^4$$

$$\Rightarrow 4x^4 + 2x^2 + \frac{1}{4} = 1 - 5x^2 + 4x^4$$

$$\Rightarrow 4x^4 + 2x^2 + 5x^2 - 4x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 7x^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{3}{4 \times 7}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{7}}$$

P. T. O.



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$x = -\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2 \sqrt{7}}$$

दी गई समीकरणों

संतुष्ट नहीं करता

अतः हल =

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2 \sqrt{7}}$$

17. सिद्ध करना है ;

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$$

MSR-1632018

$$\Delta = \begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix}$$

संक्रिया $C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$ से

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5x+4 & 2x & 2x \\ 5x+4 & x+4 & 2x \\ 5x+4 & 2x & x+4 \end{vmatrix}$$

प्रथम स्तंभ से $(5x+4)$ Common लेने पर

$$\Delta = (5x+4) \begin{vmatrix} 1 & 2x & 2x \\ 1 & x+4 & 2x \\ 1 & 2x & x+4 \end{vmatrix}$$



परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर
----------------------------	---------------	-------------------

$$\Delta = (5x+4) \begin{vmatrix} 1 & 2x & 2x \\ 1 & x+4 & 2x \\ 1 & 2x & x+4 \end{vmatrix}$$

सक्रियता (i) $R_2 \rightarrow R_2 - R_1$

(ii) $R_3 \rightarrow R_3 - R_1$

द्वारा

$$\Delta = (5x+4) \begin{vmatrix} 1 & 2x & 2x \\ 0 & 4-x & 0 \\ 0 & 0 & 4-x \end{vmatrix}$$

C. के अनुसार प्रसार करने पर

$$\Delta = (5x+4) \left\{ 1 \begin{vmatrix} 4-x & 0 \\ 0 & 4-x \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 2x & 2x \\ 0 & 4-x \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2x & 2x \\ 4-x & 0 \end{vmatrix} \right\}$$

$$= (5x+4) \{ (4-x)(4-x) - 0 + 0 \}$$

$$= (5x+4)(4-x)^2 = (5x+4)\{-(x-4)\}^2$$

$$\Delta = (5x+4)(x-4)^2$$

अतः $L.H.S. = R.H.S.$
सिद्ध हुआ कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

18

परीक्षार्थी उत्तर

दिया गया रेखिक समी. निकाय;

$$5x - 4y = 7 \quad - (1)$$

$$x + 3y = 9 \quad - (2)$$

यहाँ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 15 + 4 = 19 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = 21 + 36 = 57 \neq 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 45 - 7 = 38 \neq 0$$

यहाँ $\Delta, \Delta_1, \Delta_2$ से -

$$\Delta \neq 0, \Delta_1 \neq 0, \Delta_2 \neq 0$$

अतः समी. निकाय संगत है तथा इसका
अद्वितीय हल है।क्रैमर नियम से. $\Rightarrow$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{57}{19} = 3$$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{38}{19} = 2$$

अतः समी. निकाय का हल

$$x = 3$$

$$y = 2$$

शिक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

19.

दिया गया फलन $f(x) = \sin x + \cos x$; $x \in [0, 2\pi]$

$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

चरम बिंदु ज्ञात करने के लिए $f'(x) = 0$ से

$$\Rightarrow \cos x - \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$

$$\Rightarrow \tan x = 1$$

$$\Rightarrow \tan x = 1$$

$$\Rightarrow x = \tan^{-1}(1)$$

$$\because \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0, 2\pi]$$

अतः $x = \frac{\pi}{4}$ $f(x)$ के प्रांत को दो असंयुक्त अंतरालों $(0, \frac{\pi}{4})$ व $(\frac{\pi}{4}, 2\pi)$ में विभक्त करता है।

Case-I; $\forall x \in (0, \frac{\pi}{4})$ के लिए $\cos x > \sin x$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x > 0$$

$$\Rightarrow f'(x) > 0$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

Case-II $x \in (\frac{\pi}{4}, 2\pi]$ के लिए $f'(x) < 0$ अतः अंतराल $[0, \frac{\pi}{4})$ में $f(x)$ वर्धमान
व $(\frac{\pi}{4}, 2\pi]$ में हासमान है।20 सिद्ध करना है x का मान $x = \cos x$ पर

उत्प्रेषित होगा।

$$\text{माना } z = \frac{x}{1+x \tan x}$$

$$\text{पुनः माना } y = \frac{1}{z} = \frac{1+x \tan x}{x}$$

$$y = \frac{1+x \tan x}{x}$$

$$y = \frac{1}{x} + \tan x$$

यहाँ जिस बिंदु पर $z = x$

उत्प्रेषित होगा उस बिंदु पर इसका

$$\text{व्युत्क्रम } y = \frac{1+x \tan x}{x} = \frac{1}{x} + \tan x$$

निष्प्रेषित होगा।

$$\text{पुनः } y = \frac{1}{x} + \tan x$$



रीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक

प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) + \frac{d}{dx} (\tan x)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} + \sec^2 x$$

चरम बिंदु के लिए $\frac{dy}{dx} = 0$ से

$$-\frac{1}{x^2} + \sec^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \sec^2 x = \frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow \sec x = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \cos x = x \Rightarrow x = \cos x$$

अतः $x = \cos x$ परफलन का मान उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ होगा

पुनः $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} + \sec^2 x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{x^2} \right) + \frac{d}{dx} (\sec^2 x)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{x^3} + 2\sec^2 x \tan x$$

$x = \cos x$ पर

$$\sec^2 x = \frac{1}{x^2} = +ve$$

$$\tan x = \sqrt{\sec^2 x - 1} = \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} = +ve$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

अतः $\left[\frac{d^2 y}{dx^2} \right]_{x=\cos x} = +ve$
 $\left[\frac{d^2 y}{dx^2} \right]_{x=\cos x} > 0$

अतः $x = \cos x$ पर फलन y का
मान निम्नतम होगा।
इस प्रकार $x = \cos x$ पर z का
मान उच्चिष्ठ होगा।
अतः सिद्ध हुआ कि ;

$x = \cos x$ पर $\frac{x}{1+x \tan x}$ का मान
उच्चिष्ठ होगा।

21

माना $I = \int \frac{1}{\sqrt{5x-6-x^2}} dx$

$x \left[= \int \frac{1}{\sqrt{5\left(x-\frac{6}{5}\right)}} \right] x$

यहाँ $I = \int \frac{1}{\sqrt{-6+5x-x^2}} dx$

$I = \int \frac{1}{\sqrt{-6+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}+5x-x^2}} dx$

$\left\{ \frac{25}{4} \text{ जोड़ने व घटाने पर } \right\}$

शिक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{\frac{-24+25}{4} - \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4}\right)}} dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{5}{2}\right)^2}}$$

$$\left\{ \because \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - (x-b)^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{x-b}{a}\right) + C \right\}$$

$$\Rightarrow I = \sin^{-1}\left(\frac{x - 5/2}{1/2}\right) + C$$

$$\Rightarrow I = \sin^{-1}(2x - 5) + C$$

$$\Rightarrow I = \sin^{-1}(2x - 5) + C$$

22

वृत्त ; $x^2 + y^2 = 1$ - ①

वक्र ; $y = |x|$ - ②

वृत्त ① में वक्र ② से y का मान रखने पर
प्रतिच्छेद बिंदु

$$x^2 + x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

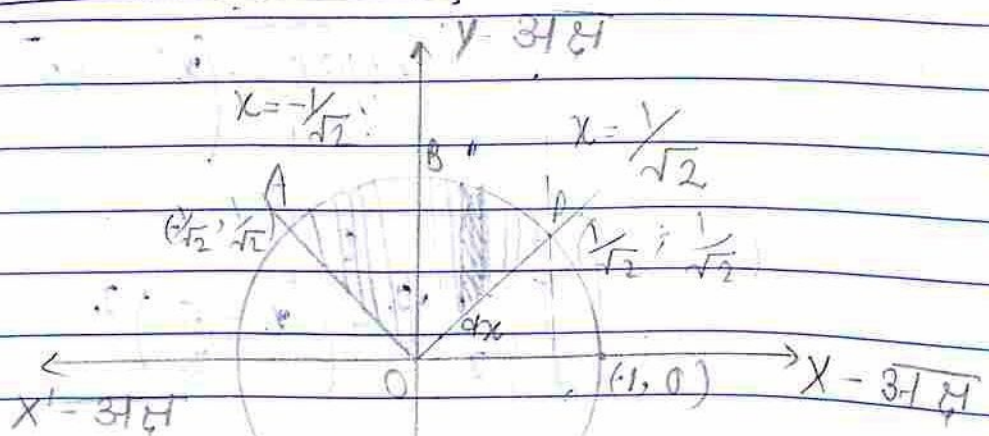
$$\Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

अतः वृत्त ① और वक्र ② का प्रतिच्छेद बिंदु $(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

P.T.O.

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

ज्यामितीय निरूपण :-

∴ वृत्त अक्षों के परितः Y' -अक्ष सममित है अतः
अभीष्ट छायांकित भाग $ABPOA$
का क्षेत्रफल $A = 2 \int_0^{1/\sqrt{2}} (y_1 - y_2) dx$

जहाँ y_1 (वृत्त से) $= \sqrt{1-x^2}$

y_2 (वक्र से) $= x$

अतः $A = 2 \int_0^{1/\sqrt{2}} (\sqrt{1-x^2} - x) dx$

$A = 2 \left[\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sin^{-1}\left(\frac{x}{1}\right)}{2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^{1/\sqrt{2}}$

$\left\{ \because \int \sqrt{C^2 - x^2} dx = \left[\frac{x\sqrt{C^2 - x^2}}{2} + \frac{C^2 \sin^{-1} \frac{x}{C}}{2} \right]_a^b \right\}$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$A = 2 \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{1}{4} \right] - (0 + 0 - 0)$$

$$A = 2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \right]$$

$$A = \frac{2 \times \pi}{2 \times 4} = \frac{\pi}{4} \text{ वर्ग इकाई}$$

अतः अभीष्ट क्षेत्रफल = $\frac{\pi}{4}$ वर्ग इकाई

INER-16/2018

2.3

परवलय $y^2 = 4x$ - (1)

$x^2 = 4y$ - (2)

परवलय (1) और (2) का प्रतिच्छेद बिंदु:-

(2) से y का मान $y = \frac{x^2}{4}$ (1) में रखने पर

$$\left(\frac{x^2}{4} \right)^2 = 4x$$

$$\Rightarrow x^4 = 64x \Rightarrow x(x^3 - 64) = 0$$

$$\text{तब } x = 0$$

$$\text{व } x^3 - 64 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x^2 + 16 + 16x) = 0$$

यहाँ $x^2 + 16 + 16x \neq 0$ क्योंकि इसके मूल काल्पनिक हैं।

$$\text{अतः } x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{जब } x = 0 \text{ तो } y = 0$$

$$x = 4 \text{ तो } y = 4$$

प्रतिच्छेद बिंदु = (0, 0)
व (4, 4)

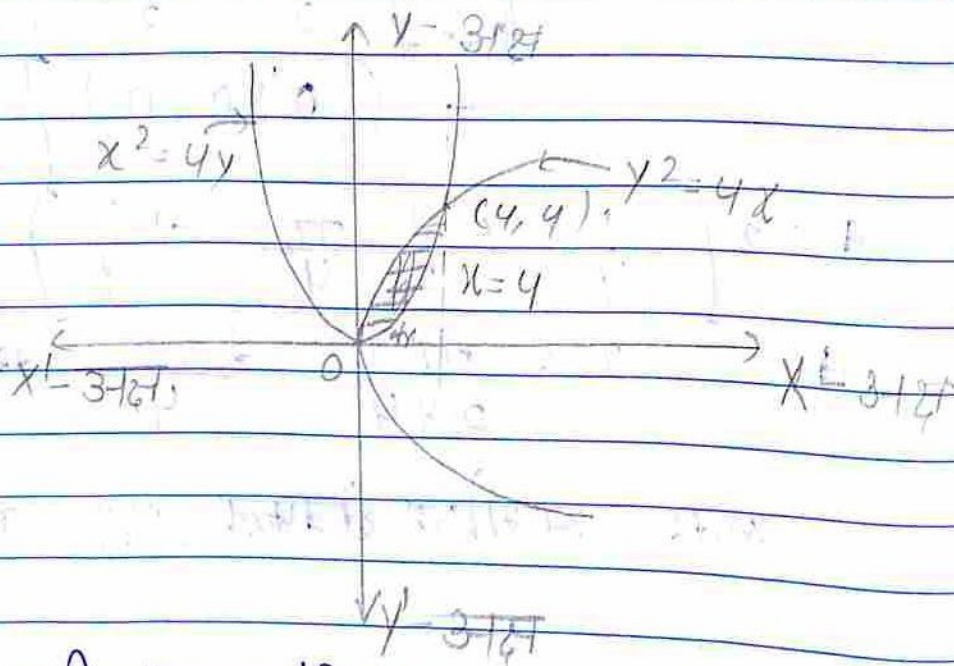


परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

ज्यामितीय निरूपण :-



अभीष्ट छायांकित भाग का क्षेत्रफल

$$A = \int_0^4 y \cdot dx \quad \text{--- परवलय (1) से} \quad - \quad \int_0^4 y \cdot dx \quad \text{--- परवलय (2) से}$$

$$= \int_0^4 \sqrt{4x} \cdot dx - \int_0^4 \frac{x^2}{4} \cdot dx$$

$$= \sqrt{4} \cdot \int_0^4 \sqrt{x} \cdot dx - \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 \cdot dx$$

$$= 2 \cdot \left[\frac{x^{1/2+1}}{1/2+1} \right]_0^4 - \frac{1}{4} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^4$$

$$= 2 \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_0^4 - \frac{1}{4} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^4$$

$$= \frac{4}{3} [x^{3/2}]_0^4 - \frac{1}{4} \left[\frac{(4)^3}{3} - 0 \right]$$

$$= \frac{4}{3} [4^{3/2} - 0] - \frac{1}{4} \left(\frac{64}{3} \right)$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$= \frac{4 \times 8}{3} - \frac{16}{3}$$

$$= \frac{32}{3} - \frac{16}{3}$$

$$A = \frac{16}{3} \text{ वर्ग इकाई}$$

अतः $y^2 = 4x$ व $xy = x^2$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल = $\frac{16}{3}$ वर्ग इकाई

24.

$$\text{माना } \vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$$

$$\text{तब } |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$|\vec{a}|^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \quad - (1)$$

सिद्ध करना है $|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2 = 4|\vec{a}|^2$

$$\text{यहाँ } |\vec{a} \times \hat{i}|^2 = (\vec{a} \times \hat{i}) \cdot (\vec{a} \times \hat{i})$$

$$= (|\vec{a}| |\hat{i}| \sin \theta \hat{n}) \cdot (|\vec{a}| |\hat{i}| \sin \theta \hat{n})$$

$$= |\vec{a}|^2 |\hat{i}|^2 \sin^2 \theta (\hat{n} \cdot \hat{n})$$

$$\{\because \hat{n} \cdot \hat{n} = 1\}$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \hat{i}|^2 = |\vec{a}|^2 |\hat{i}|^2 (1 - \cos^2 \theta)$$

$$\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \hat{i}|^2 = |\vec{a}|^2 |\hat{i}|^2 - (|\vec{a}| |\hat{i}| \cos \theta)^2$$

$$= |\vec{a}|^2 - (\vec{a} \cdot \hat{i})^2$$

$$|\vec{a} \times \hat{i}|^2 = |\vec{a}|^2 - a_1^2 \quad - (2)$$

$$\because |\hat{i}|^2 = 1 \text{ व } |\vec{a}| |\hat{i}| \cos \theta = \vec{a} \cdot \hat{i}$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीवार्य उत्तर

$$\begin{aligned}
 \text{पुनः } |\vec{a} \times \vec{j}|^2 &= (\vec{a} \times \vec{j}) \cdot (\vec{a} \times \vec{j}) \\
 &= (|\vec{a}| |\vec{j}| \sin \theta \hat{n}) (|\vec{a}| |\vec{j}| \sin \theta \hat{n}) \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{j}|^2 \sin^2 \theta (\hat{n} \cdot \hat{n}) \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{j}|^2 (1 - \cos^2 \theta) \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{j}|^2 - (|\vec{a}| |\vec{j}| \cos \theta)^2 \\
 &= |\vec{a}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{j})^2
 \end{aligned}$$

यहाँ $\vec{a} \cdot \vec{j} = a_2$

$$|\vec{a} \times \vec{j}|^2 = |\vec{a}|^2 - a_2^2 \quad \text{--- (2)}$$

अब पुनः $|\vec{a} \times \vec{k}|^2 = (\vec{a} \times \vec{k}) \cdot (\vec{a} \times \vec{k})$

$$\begin{aligned}
 &= |\vec{a}| |\vec{k}| \sin^2 \theta (\hat{n} \cdot \hat{n}) \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{k}|^2 (1 - \cos^2 \theta) \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{k}|^2 - (|\vec{a}| |\vec{k}| \cos \theta)^2 \\
 &= |\vec{a}|^2 |\vec{k}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{k})^2
 \end{aligned}$$

यहाँ $\vec{a} \cdot \vec{k} = a_3$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{j}|^2 = |\vec{a}|^2 - a_3^2 \quad \text{--- (4)}$$

अतः L.H.S. = $|\vec{a} \times \vec{i}|^2 + |\vec{a} \times \vec{j}|^2 + |\vec{a} \times \vec{k}|^2$

$$\begin{aligned}
 &= |\vec{a}|^2 - a_1^2 + |\vec{a}|^2 - a_2^2 + |\vec{a}|^2 - a_3^2 \\
 &= 3|\vec{a}|^2 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)
 \end{aligned}$$

(1, 2 व 4 से)

समी. 1 से

$$\begin{aligned}
 \text{L.H.S.} &= 3|\vec{a}|^2 - |\vec{a}|^2 \\
 &= 2|\vec{a}|^2 = \text{R.H.S.}
 \end{aligned}$$

Hence Proved.



कर

)

नामांक (अंकों में)

(शब्दों में)

विषय

गणित

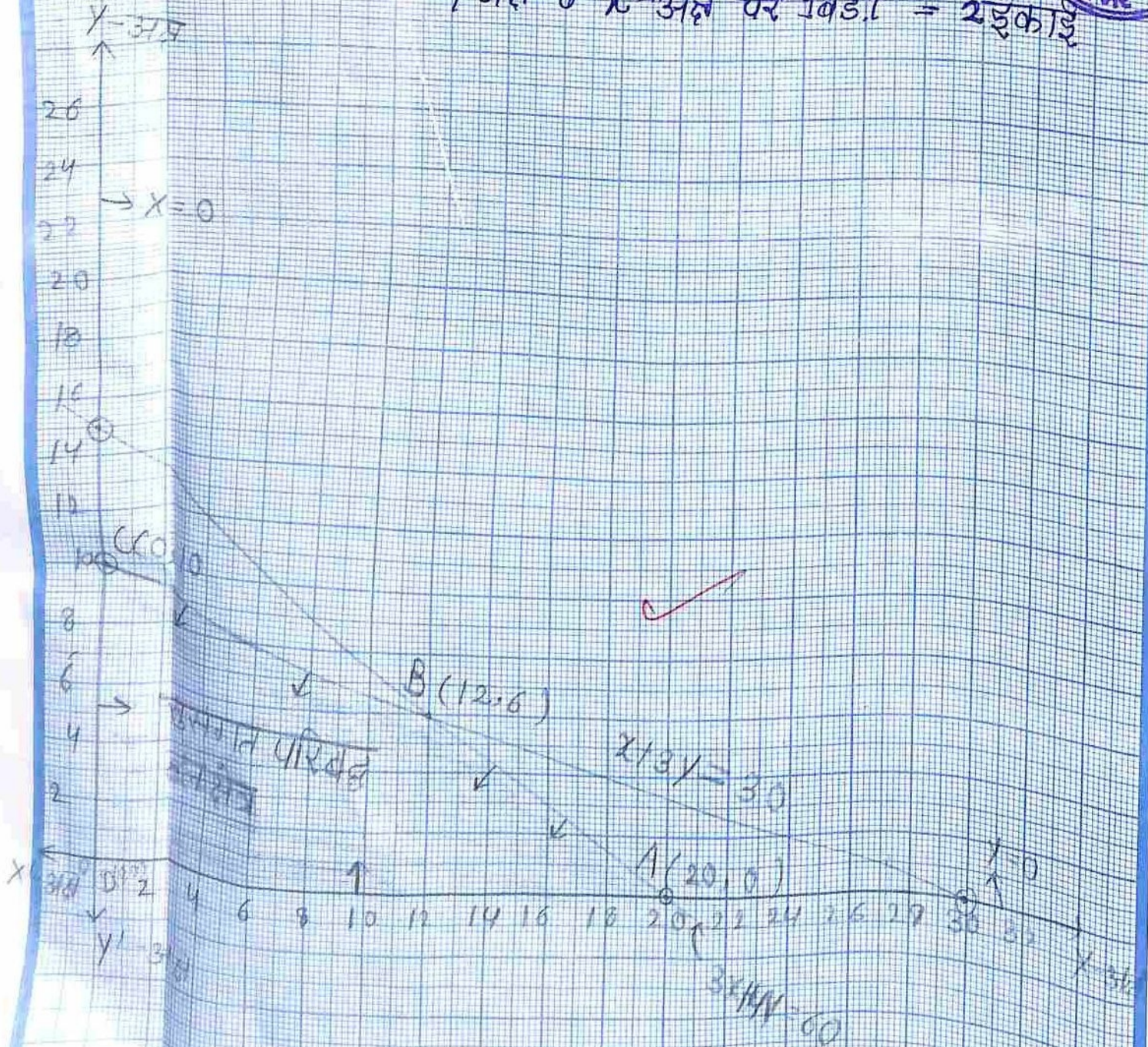
प्रश्न संख्या 25

नोट : परीक्षार्थी अनिवार्य रूप से इस ग्राफ कागज को अपनी उत्तर पुस्तिका में धागे द्वारा संलग्न करें तथा साथ न ले जाएं।
ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ न मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।



चैमाना :-

Y अक्ष व X अक्ष पर िकडा = 2 इकाई



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) =
व्यवरोध :-

$$3x + 4y \leq 60 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + 3y \leq 30 \quad \text{--- (2)}$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad \text{--- (3)}$$

उद्देश्य फलन $Z = 8000x + 12000y$ (निम्नतमीकरण)

असमिका (1) के संगत समीकरण $3x + 4y = 60$

x	0	20
y	15	0

असमिका (2) के संगत समीकरण $x + 3y = 30$

x	0	30
y	10	0

असमिका (3) के संगत समीकरण $x = 0, y = 0$

कोनीय बिंदुओं $A(20, 0), B(12, 6), C(0, 10)$
व $D(0, 0)$ पर उद्देश्य फलन का मान

कोनीय बिंदु	उद्देश्य फलन $Z = 8000x + 12000y$
$A(20, 0)$	160000
$B(12, 6)$	168000
$C(0, 10)$	120000
$D(0, 0)$	0 $\rightarrow$ निम्नतम

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

अतः उद्देश्य फलन z का निम्नतम मान
बिंदु $(0, 0)$ पर प्राप्त होता है।
अतः रेखिक प्रोग्रामन समस्या कहिले
 $x=0, y=0$

2.6 माना $y = (\log x)^x + x^{\log x}$

फुनः माना $u = (\log x)^x$ व $v = x^{\log x}$

अतः $y = u + v$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \quad \text{--- (1)}$$

फुनः $u = (\log x)^x$

दोनों पक्षों में $\log$ लेने पर

$$\log u = x \log (\log x)$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dx} = x \frac{d(\log(\log x))}{dx} + \log(\log x) \frac{d(x)}{dx}$$

$$\left\{ \because \frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = x \frac{d(\log x)}{dx} + \log(\log x)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + \log(\log x)$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\Rightarrow \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{1}{\log x} + \log(\log x)$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx} = u \left(\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dx} = (\log x)^x \left(\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right) \quad -(2)$$

फन: $v = x^{\log x}$

दोनों पक्षों में $\log$ लेने पर

$$\log v = \log x \log x$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = \log x \frac{d(\log x)}{dx} + \log x \frac{d(\log x)}{dx}$$

$$\left\{ \therefore \frac{d(u \cdot v)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = \frac{\log x}{x} + \frac{\log x}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = \frac{2 \log x}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{2 \log x}{x} v$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{2 \log x}{x} x^{\log x} \quad -(3)$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

समी. ② और ③ का मान समी. ① में रखने पर

$$\frac{dy}{dx} = (\log x)^x \left[\frac{1}{\log x} + \log(\log x) \right] + \frac{2 \log x \cdot x^{\log x}}{x^{\log x}}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(\log x)^x}{\log x} + (\log x)^x \log(\log x) + \frac{2 \log x \cdot x^{\log x}}{x^{\log x}}$$

$$\frac{dy}{dx} = (\log x)^{x-1} + (\log x)^x \log(\log x) + 2 \log x \cdot x^{\log x-1}$$

अतः अभीष्ट फलन का अवकलन

$$= (\log x)^{x-1} + (\log x)^x \log(\log x) + 2 \log x \cdot x^{\log x-1}$$

(Correction = stapler से press हो गया)

27 X माना $I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx$

सिद्ध करना है ;

$$I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log \frac{1}{2}$$

पुनः $I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx$

गुणाधर्म $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$

$$I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos(\pi - x)) dx$$

P.T.O.



माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा



(परीक्षार्थी को इस परीक्षा का नाम जानना चाहिये)

Candidate's Roll No. In English

(In Figures)

--	--	--	--	--	--	--

(In Words)

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में

नोट :- परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम - हिन्दी ☒ अंग्रेजी ☐

विषय गणित

परीक्षा का दिन 2

दिनांक

नोट :- परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :- (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्रश्नांक भरना अनिवार्य है, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जाएगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायाँ ओर निर्धारित कॉलम में लाल इक से अंक प्रदत्त करें।

(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदाहरणार्थ 15 1/4 को 16, 17 1/2 को 18, 19 3/4 को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी
(परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्रश्न अंकों का कुल योग (Round off)	
16		प्रश्नों में	शब्दों में
17			
18			

परीक्षक के हस्ताक्षर

संकेतार्थ

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तिका के निष्पत्ति में 58 सीएसएम कोडवाच काम में हो रहा है। 164/2018

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशांषा पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न-पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न-पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
 - (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
 - (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये। परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका प्राप्त करते ही पृष्ठ संख्या की जांच कर लें यदि पृष्ठ कम/अधिक या क्रम में नहीं हैं तो वीक्षक से तुरन्त बदलवा लें।
 - (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, कैलकुलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रॉनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध है।
 - (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ भी न लिखकर लावें। टेबुल के आस-पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
 - (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है। अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न-पत्र हिन्दी-अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित हैं। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

~~2.7~~ (शेष)

2.7 सिद्ध करना है $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log \frac{1}{2}$
माना $I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx$ (1)

(* गुणधर्म $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ से)

$$I = \int_0^{\pi} \log(1 + \cos(\pi - x)) dx$$

$$I = \int_0^{\pi} \log(1 - \cos x) dx \quad (2)$$

(1) + (2) से

$$\Rightarrow 2I = \int_0^{\pi} (\log(1 - \cos x) + \log(1 + \cos x)) dx$$

$$= \int_0^{\pi} \log\{(1 - \cos x)(1 + \cos x)\} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \log(1 - \cos^2 x) dx$$

$$= \int_0^{\pi} \log \sin^2 x dx$$

$$\Rightarrow 2I = \int_0^{\pi} 2 \log \sin x dx$$

$$\Rightarrow 2I = 2 \int_0^{\pi} \log \sin x dx$$

P. T. O.

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$I = \int_0^{\pi} \log \sin x \, dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$$

गुणधर्म $\int_0^a f(x) = 2 \int_0^a f(x) \, dx$ से

यदि $f(2a-x) = f(x)$

जहाँ $f(x) = \log \sin x$

$f(2a-x) = \log \sin(2a-x)$

$a = \frac{\pi}{2}$

$$f(2a-x) = \log \sin(\pi-x) = \log \sin x = f(x)$$

अतः $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ (3)

गुणधर्म $\int_0^a f(x) \, dx = \int_0^a f(a-x) \, dx$

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\sin \frac{\pi}{2} - x) \, dx$$

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \cos x \, dx$$

(3) + (4) से

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$2I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\log \sin x + \log \cos x) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \cos x dx$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \frac{2 \sin x \cos x}{2} dx$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \frac{\sin 2x}{2} dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\log \sin 2x - \log 2) dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log 2 dx$$

प्रथम समाकल में माना $2x = t$
 $\Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$

इसीलिए :-

जब $x = \frac{\pi}{2}$ तो $t = \pi$
जब $x = 0$ तो $t = 0$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \log \sin t dt - \log 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$$

गुणाधर्म $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ से

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \log \sin x dx - \log 2 [x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$I = \frac{I}{2} - \log_2 \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right]$$

$$\left\{ \because \int_0^{\pi} \log \sin x dx = I \right\}$$

$$\Rightarrow I - \frac{I}{2} = -\frac{\pi \log 2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{2} = \frac{\pi}{2} \log \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \pi \log \left(\frac{1}{2} \right)}$$

$$L.H.S. = R.H.S.$$

$$\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log \left(\frac{1}{2} \right)$$

Hence proved

28

अवकल समी.

$$(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx$$

$$\Rightarrow \tan^{-1} y - x = (1 + y^2) \frac{dx}{dy}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{\tan^{-1} y - x}{(1 + y^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{\tan^{-1} y}{1 + y^2} - \frac{x}{1 + y^2}$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{x}{1+y^2} = \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2}$$

दी गई अवकल समी.

के प्रकार की रेखिक
समी. है।
जहाँ

$$\frac{dx}{dy} + Px = Q$$

अवकल

$$P = \frac{1}{1+y^2} \quad \text{व} \quad Q = \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2}$$

$$\text{समाकल गुणक I.F.} = e^{\int P \cdot dy}$$

$$= e^{\int \frac{1}{1+y^2} dy}$$

$$= e^{\tan^{-1} y} \quad \left\{ \because \int \frac{1}{1+t^2} dt = \tan^{-1} t \right\}$$

अवकल समी. का हल

$$x \times \text{I.F.} = \int Q \times \text{I.F.} dy + C$$

$$\Rightarrow x e^{\tan^{-1} y} = \int \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2} e^{\tan^{-1} y} dy + C \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{माना कि यहाँ } I_1 = \int \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2} e^{\tan^{-1} y} dy$$

$$\text{पुनः माना } \tan^{-1} y = t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+y^2} dy = dt$$

(y के सापेक्ष अवकलन लें)

$$\text{अतः } I_1 = \int t e^t dt \quad \text{(खण्डन समाकलन लें)}$$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$$I_1 = \int t e^t - \int \left(\frac{d}{dt} (t) \int e^t dt \right) dt$$

$$= t e^t - \int e^t dt$$

$$= t e^t - e^t + C$$

$$I_1 = e^t (t - 1) + C$$

$$I_1 = e^{\tan^{-1} y} (\tan^{-1} y - 1) + C$$

अतः समी. ① से

$$x e^{\tan^{-1} y} = e^{\tan^{-1} y} (\tan^{-1} y - 1) + C$$

$$\Rightarrow x = (\tan^{-1} y - 1) + C e^{-\tan^{-1} y}$$

($e^{\tan^{-1} y}$ से भाग देने पर)

अतः अवकल समी. का हल

$$\Rightarrow \boxed{x = (\tan^{-1} y - 1) + C e^{-\tan^{-1} y}}$$

29

दी गई रेखाएँ

$$\vec{r} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} + \lambda (3\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{r} = (1 + 3\lambda) \vec{i} + (1 - \lambda) \vec{j} - \vec{k} \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{फ़ॉर } \vec{r} = 4\vec{i} - \vec{k} + \mu (2\vec{i} + 3\vec{k})$$

$$= (4 + 2\mu) \vec{i} + (-1 + 3\mu) \vec{k} + 0 \cdot \vec{j} \quad \text{--- (2)}$$



रीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

रेखा ① पर किसी बिंदु P के निर्देशांक $= (1+3\lambda, 1-\lambda, -1)$

रेखा ② पर किसी बिंदु Q के निर्देशांक $= (4+2\mu, 0, -1+3\mu)$

यदि रेखा ① व ② प्रतिच्छेदी होंगी
यदि आवश्यक व पर्याप्त रूप से
निम्न प्रतिबंधों को संतुष्ट करें,
(P व Q के निर्देशांक बराबर हों
यदि यह प्रतिच्छेद बिंदु है।)

$$\text{अतः } 1+3\lambda = 4+2\mu \quad \text{--- (1)}$$

$$1-\lambda = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$-1 = -1+3\mu \quad \text{--- (3)}$$

समी. ② और ③ को हल करने पर

$$\lambda = 1 \quad \text{व} \quad \mu = 0$$

λ व μ का मान समी. ① में रखने पर

$$1+3 = 4+0$$

$$\Rightarrow 4 = 4$$

अतः तीनों प्रतिबंध संतुष्ट हो रहे हैं।

$\Rightarrow$ इसलिए रेखा ① व ② प्रतिच्छेदी हैं।
रेखा ② के बिंदु Q में निर्देशांक
के मान $\mu = 0$ से (जहाँ Q = प्रतिच्छेद बिंदु)

$$= (4, 0, -1)$$

रेखा ① से $\lambda = 1$ से प्रतिच्छेद बिंदु
 $= (4, 0, -1)$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

अतः दी गई रेखाएं प्रतिच्छेदी
है व प्रतिच्छेद बिंदु $(4, 0, -1)$ है।

30

थैले A में

$$\text{लाल गेंद} = 3$$

$$\text{काली गेंद} = 4$$

$$\text{कुल केलिए} = 7$$

थैले B में :-

$$\text{लाल गेंद} = 4$$

$$\text{काली गेंद} = 5$$

$$\text{कुल} = 9$$

माना घटना $E_1 =$ 'A थैले से B थैले में

$E_2 =$ 'A थैले से B थैले में स्थानान्तरित गेंद काली है'
लाल है।

$$\text{अतः } P(E_2) = \frac{3}{7} \text{ व } P(E_1) = \frac{4}{9}$$

फुनः माना घटना A = 'थैले B से निकाली
गई गेंद लाल है'

तब $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = P(\text{A से B में स्थानान्तरित गेंद
काली होने पर B से
निकाली गई गेंद लाल होना})$

$$P(A/E_1) = \frac{4}{10}$$



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

$P\left(\frac{A}{E_2}\right) = P(\text{A से स्थानान्तरित गेंद लाल होने पर B से निकाली गई गेंद का लाल होना})$

$$P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \frac{5}{10}$$

तब $P(\text{B से निकाली गई गेंद लाल होने पर A से B में स्थानान्तरित गेंद काली होना}) = P(E_1/A)$,
(वेज प्रमेय से)

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{P(E_1)P(A/E_1)}{P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2)}$$

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{4}{7} \times \frac{4}{10}}{\frac{4}{7} \times \frac{4}{10} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{10}}$$
$$= \frac{4 \times 4}{4 \times 4 + 3 \times 5}$$

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{16}{31}$$

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{16}{31}$

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

19 $f(x) = \sin x + \cos x$; $x \in [0, 2\pi]$

$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

चरम बिंदु के लिए $f'(x) = 0$ से
 $\cos x - \sin x = 0$

$$\Rightarrow \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$

$$\Rightarrow \tan x = 1$$

$$\Rightarrow x = \tan^{-1}(1)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \in [0, 2\pi]$$

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \text{ } f(x) \text{ के प्रांत}$$

को 3 असंयुक्त अंतरालों नामित
 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ व $\left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right)$
में विभक्त करते हैं।

Case-I $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ के लिए

$$\cos x > \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x > 0$$

$$\Rightarrow f(x) > 0$$

अंतराल $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ में $f(x)$ वृद्धमान है।



परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंक

प्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

Case II $\forall x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ के लिए

$$\sin x > \cos x$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x < 0$$

$$\Rightarrow f(x) < 0$$

अतः अंतराल $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ में
 $f(x)$ हासमान है।

Case III $\forall x \in \left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right)$ के लिए

$$\Rightarrow \cos x > \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x > 0$$

$$\Rightarrow f(x) > 0$$

अतः अंतराल $\left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right)$ में
 $f(x)$ वर्धमान है।

अतः (i) $f(x)$ अंतराल $\left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right)$
में निरंतर वर्धमान है।

(ii) $f(x)$ अंतराल $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ में
निरंतर हासमान है।

परीक्षक द्वारा
प्रदत्त अंकप्रश्न
संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

राम/पुत्र

BSE/1632018